

***. Đề kiểm tra rèn luyện**

♦ **Đề 1:**

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1. Cho 2 biến cố A và B , tìm $P(A)$ biết $P(A|B) = 0,8$; $P(A|\bar{B}) = 0,3$; $P(B) = 0,4$.

A. 0,1.

B. 0,5.

C. 0,04.

D. 0,55.

Lời giải

Ta có $P(B) = 0,4 \Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - 0,4 = 0,6$.

Theo công thức xác suất toàn phần:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) \Leftrightarrow P(A) = 0,4.0,8 + 0,6.0,3 = 0,5.$$

Câu 2. Cho 2 biến cố A và B biết $P(A|B) = 0,08$; $P(\bar{A}|\bar{B}) = 0,63$; $P(B) = 0,03$. Khi đó xác suất xảy ra biến cố A là bao nhiêu?

A. 0,112.

B. 0,5231.

C. 0,3613.

D. 0,063.

Lời giải

Ta có: $P(B) = 0,03 \Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - 0,03 = 0,97$.

$$P(\bar{A}|\bar{B}) = 0,63 \Rightarrow P(A|\bar{B}) = 1 - 0,63 = 0,37.$$

Theo công thức xác suất toàn phần:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) \Leftrightarrow P(A) = 0,03.0,08 + 0,97.0,37 = 0,3613.$$

Câu 3. Cho hai biến cố A và B với $0 < P(B) < 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$.

B. $P(A) = P(A)P(A|B) + P(\bar{A})P(A|\bar{B})$.

C. $P(A) = P(B)P(A|\bar{B}) + P(\bar{B})P(A|B)$.

D. $P(A) = P(B)P(A|B) - P(\bar{B})P(A|\bar{B})$.

Lời giải

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có: $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$.

- Câu 4.** Cho hai biến cố A và B . Biết $P(B) = 0,01$; $P(A|B) = 0,7$; $P(A|\bar{B}) = 0,09$. Khi đó $P(A)$ bằng
- A.** 0,0079. **B.** 0,0961. **C.** 0,0916. **D.** 0,0970.

Lời giải

Ta có: $P(B) = 0,01 \Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - 0,01 = 0,99$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,01 \cdot 0,7 + 0,99 \cdot 0,09 = 0,0961.$$

- Câu 5.** Cho hai biến cố A và B với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(A)$.
- A.** 0,25. **B.** 0,65. **C.** 0,55. **D.** 0,5.

Lời giải

Ta có $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,8 = 0,2$.

Công thức xác suất toàn phần

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,8 \cdot 0,7 + 0,2 \cdot 0,45 = 0,65.$$

- Câu 6.** Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,26$, $P(B|A) = 0,7$. Tính $P(A|B)$.
- A.** $\frac{7}{13}$. **B.** $\frac{6}{13}$. **C.** $\frac{4}{13}$. **D.** $\frac{9}{13}$.

Lời giải

Theo công thức Bayes, ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,7}{0,26} = \frac{7}{13}.$$

- Câu 7.** Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(B|A)$.
- A.** 0,25. **B.** $\frac{56}{65}$. **C.** 0,65. **D.** 0,5.

Lời giải

+ Ta có: $P(\bar{B}) = 1 - 0,8 = 0,2$.

$$+ \text{ Công thức Bayes: } P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$$

$$\Rightarrow P(B|A) = \frac{0,8.0,7}{0,8.0,7 + 0,2.0,45} = \frac{56}{65}.$$

Câu 8. Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,2$, $P(B|A) = 0,7$, $P(B|\bar{A}) = 0,15$. Tính $P(A|B)$.

A. $\frac{7}{13}$.

B. $\frac{6}{13}$.

C. $\frac{4}{13}$.

D. $\frac{9}{13}$.

Lời giải

+ Ta có: $P(A) = 0,2 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,8$, $P(B|A) = 0,7$, $P(B|\bar{A}) = 0,15$.

+ $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) \Rightarrow P(B) = 0,2.0,7 + 0,8.0,15 = 0,26$.

+ Theo công thức Bayes: $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} \Rightarrow P(A|B) = \frac{0,2.0,7}{0,26} = \frac{7}{13}$.

Câu 9. Hai máy tự động sản xuất cùng một loại chi tiết, trong đó máy I sản xuất 35%, máy II sản xuất 65% tổng sản lượng. Tỷ lệ phế phẩm của các máy lần lượt là 0,3% và 0,7%. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ kho. Tính xác suất để chọn được phế phẩm?

A. 0,0056.

B. 0,0065.

C. 0,065.

D. 0,056.

Lời giải

Gọi A_1 là biến cố “Sản phẩm được chọn do máy I sản xuất”

A_2 là biến cố “Sản phẩm được chọn do máy II sản xuất”

B là biến cố “Sản phẩm được chọn là phế phẩm”

Ta có $P(A_1) = 0,35$, $P(A_2) = 0,65$, $P(B|A_1) = 0,003$, $P(B|A_2) = 0,007$

$P(B) = P(B|A_1).P(A_1) + P(B|A_2).P(A_2) = 0,0056$

Câu 10. Hai máy tự động sản xuất cùng một loại chi tiết, trong đó máy I sản xuất 35%, máy II sản xuất 65% tổng sản lượng. Tỷ lệ phế phẩm của các máy lần lượt là 0,3% và 0,7%. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ kho. Tính xác suất để chọn được phế phẩm do máy I sản xuất?

A. 0,0056.

B. 0,1875.

C. 0,1785.

D.

0,1587.

Lời giải

Gọi A_1 là biến cố “Sản phẩm được chọn do máy I sản xuất”

A_2 là biến cố “Sản phẩm được chọn do máy II sản xuất”

B là biến cố “Sản phẩm được chọn là phế phẩm”

Suy ra $A_1|B$ là biến cố “chọn được phế phẩm do máy I sản xuất”

Ta có $P(A_1) = 0,35$, $P(A_2) = 0,65$, $P(B|A_1) = 0,003$, $P(B|A_2) = 0,007$

$$P(B) = P(B|A_1) \cdot P(A_1) + P(B|A_2) \cdot P(A_2) = 0,0056$$

Theo công thức Bayes có:

$$P(A_1|B) = \frac{P(B|A_1) \cdot P(A_1)}{P(B)} = 0,1875.$$

Câu 11. Người ta khảo sát khả năng chơi nhạc cụ của một nhóm học sinh tại trường X. Nhóm này có 70% học sinh là nam. Kết quả khảo sát cho thấy có 30% học sinh nam và 15% học sinh nữ biết chơi ít nhất một nhạc cụ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm này. Tính xác suất để chọn được học sinh biết chơi ít nhất một nhạc cụ.

A. 0,45.

B. 0,35.

C. 0,255.

D.

0,128.

Lời giải

Xét phép thử chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm.

Gọi A là biến cố "Chọn được một học sinh biết chơi ít nhất một nhạc cụ" và $B, \bar{B}$ lần lượt là các biến cố "Chọn được một học sinh nam" và "Chọn được một học sinh nữ".

Theo đề bài: $P(B) = 70\% = 0,7$; $P(\bar{B}) = 1 - 0,7 = 0,3$;

$$P(A|B) = 30\% = 0,3; P(A|\bar{B}) = 15\% = 0,15.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = 0,7 \cdot 0,3 + 0,3 \cdot 0,15 = 0,255.$$

Vậy xác suất để chọn được một học sinh biết chơi nhạc cụ là 0,255.

Câu 12. Kết quả khảo sát tại một xã cho thấy có 25% cư dân hút thuốc lá. Tỷ lệ cư dân thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp trong số những người hút thuốc lá và không hút thuốc lá lần lượt là 60% và 25%. Nếu ta gặp một cư dân của xã thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp thì xác suất người đó có hút thuốc lá là bao nhiêu?

A. $\frac{4}{9}$.

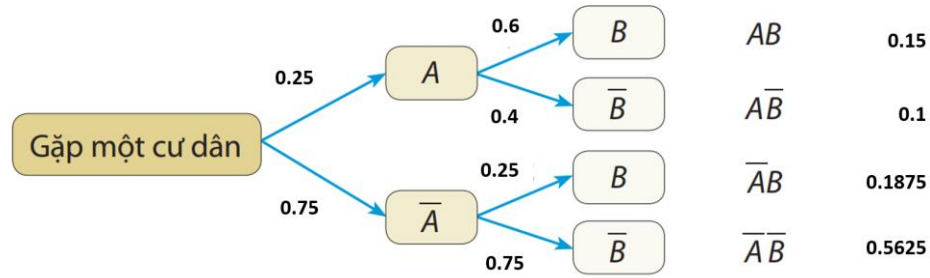
B. $\frac{5}{9}$.

C. $\frac{7}{9}$.

D. $\frac{8}{9}$.

Lời giải

Giả sử ta gặp một cư dân của xã, gọi A là biến cố "Người đó có hút thuốc lá" và B là biến cố "Người đó thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp". Ta có sơ đồ hình cây sau:



Ta có $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,15 + 0,1875 = 0,3375$.

Theo công thức Bayes, ta có $P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,15}{0,3375} = \frac{4}{9}$.

Vậy nếu ta gặp một cư dân của xã thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp thì xác suất người đó có hút thuốc lá là $\frac{4}{9}$.

Phân 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. (NB-NB-TH-TH) Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi vàng, 3 viên bi xanh. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi vàng, 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó lấy ra 2 viên bi bất kỳ từ hộp thứ hai.

- a) Xác suất để lấy được bi xanh từ hộp thứ nhất là $\frac{3}{8}$.
- b) Xác suất để lấy được bi vàng từ hộp thứ nhất là $\frac{5}{7}$.
- c) Biết rằng lấy được bi màu xanh từ hộp thứ nhất. Xác suất để lấy được 2 viên bi khác màu từ hộp thứ hai là $\frac{9}{13}$.
- d) Xác suất để lấy được 2 bi vàng từ hộp thứ hai là $\frac{5}{32}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố lấy được bi xanh từ hộp thứ nhất

a) Đúng. Ta có: $P(A) = \frac{3}{8}$.

b) Sai. Ta có $\bar{A}$ là biến cố lấy được bi vàng từ hộp thứ nhất, ta có: $P(\bar{A}) = \frac{5}{8}$.

c) Đúng.

Gọi B_1 là biến cố lấy được 2 bi khác màu từ hộp thứ hai. Ta có:

$$P(B_1|A) = \frac{C_4^1 \cdot C_6^1 + C_4^1 \cdot C_3^1 + C_3^1 \cdot C_6^1}{C_{13}^2} = \frac{9}{13}.$$

d) Sai.

Gọi B_2 là biến cố lấy được 2 bi vàng từ hộp thứ hai. Ta có:

$$P(B_2) = P(A).P(B_2 | A) + P(\bar{A}).P(B_2 | \bar{A}) = \frac{3}{8} \cdot \frac{C_4^2}{C_{13}^2} + \frac{5}{8} \cdot \frac{C_5^2}{C_{13}^2} = \frac{17}{156}.$$

Câu 2. (NB-NB-TH-TH) Chạy Marathon là môn thể thao mà tại đó, người chơi sẽ hoàn thành quãng đường 42,195 km trong khoảng thời gian nhất định. FM sub 4 là thành tích dành cho những người chơi hoàn thành quãng đường Marathon dưới 4 giờ.

Trong CLB AKR, tỷ lệ thành viên nam là 72%, tỷ lệ thành viên nữ là 28%. Đối với nam, tỷ lệ VĐV hoàn thành Marathon sub 4 là 32%; đối với nữ tỷ lệ VĐV hoàn thành sub 4 là 3%. Chọn ngẫu nhiên 1 thành viên từ CLB AKR:

- a) Khi VĐV được chọn là nam, xác suất để VĐV này chưa hoàn thành sub 4 cự ly Marathon là 68%.
- b) Xác suất để thành viên được chọn đã hoàn thành sub 4 là 22%.
- c) Xác suất để thành viên được chọn là nữ đã hoàn thành sub 4 là 2%.
- d) Biết rằng VĐV được chọn đã hoàn thành sub 4, xác suất để VĐV đó là nam bằng 96%.

Lời giải

Gọi A là biến cố VĐV được chọn là nam.

Gọi B là biến cố VĐV được chọn đã hoàn thành cự ly Marathon sub 4.

a) Đúng.

Khi VĐV được chọn là nam, xác suất để VĐV này chưa hoàn thành sub 4 cự ly Marathon là:

$$P(\bar{B} | A) = 1 - P(B | A) = 1 - 32\% = 68\%.$$

b) Sai.

Xác suất để VĐV được chọn đã hoàn thành sub 4 là:

$$P(B) = P(A).P(B | A) + P(\bar{A}).P(B | \bar{A}) = 0,72.0,32 + 0,28.0,03 \approx 0,24 = 24\%.$$

c) Sai.

Xác suất để VĐV được chọn là nữ và đã hoàn thành sub 4 là:

$$P(\bar{A}.B) = P(\bar{A}).P(B | \bar{A}) = 0,28.0,03 \approx 0,0084 \approx 0,84\%.$$

d) Đúng.

Biết VĐV đã hoàn thành sub 4, xác suất để VĐV đó là nam là:

$$\begin{aligned} P(A | B) &= \frac{P(A).P(B | A)}{P(B)} = \frac{P(A).P(B | A)}{P(A).P(B | A) + P(\bar{A}).P(B | \bar{A})} \\ &= \frac{0,72.0,32}{0,72.0,32 + 0,28.0,03} \approx 0,96 = 96\% \end{aligned}$$

Câu 3. Hộp thứ nhất có 1 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Các viên bi là khác nhau. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp thứ hai.

a) Xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp hai là bi đỏ bằng $\frac{19}{45}$.

b) Xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp hai có 1 bi đỏ và 1 bi xanh bằng $\frac{1}{9}$.

c) Biết rằng hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ. Xác suất để 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ bằng $\frac{14}{19}$.

d) Biết rằng hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có 1 bi đỏ và 1 bi xanh. Xác suất để 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng có 1 bi đỏ và 1 bi xanh bằng $\frac{5}{19}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Lấy được hai viên bi đỏ từ hộp thứ nhất” và B là biến cố “Lấy được hai viên bi đỏ từ hộp thứ hai”.

Gọi C là biến cố “Lấy được 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh từ hộp thứ nhất” và D là biến cố “Lấy được 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh từ hộp thứ hai”.

$$\text{Ta có: } P(A) = \frac{C_5^2}{C_6^2} = \frac{2}{3}; \quad P(B|A) = \frac{C_7^2}{C_{10}^2} = \frac{7}{15}; \quad P(C) = \frac{C_1^1 C_5^1}{C_6^2} = \frac{1}{3}; \quad P(D|C) = \frac{C_4^1 C_6^1}{C_{10}^2} = \frac{8}{15}.$$

$$\text{Suy ra } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{1}{3}; \quad P(B|\bar{A}) = \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{3}; \quad P(\bar{C}) = 1 - P(C) = \frac{2}{3};$$

$$P(D|\bar{C}) = \frac{C_3^1 C_7^1}{C_{10}^2} = \frac{7}{15}$$

a) Đúng.

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{15} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{19}{45}.$$

b) Sai.

$$P(D) = P(C).P(D|C) + P(\bar{C}).P(D|\bar{C}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{15} + \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{15} = \frac{22}{45}.$$

c) Đúng.

$$\text{Áp dụng công thức Bayes ta có } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{15} : \frac{19}{45} = \frac{14}{19}.$$

d) Sai.

$$P(C|D) = \frac{P(C).P(D|C)}{P(D)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{15} : \frac{22}{45} = \frac{4}{11}.$$

Câu 4. Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỷ lệ nhân viên nữ và tỷ lệ nhân viên nam mua bảo hiểm nhân thọ lần lượt là 7% và 5%. Chọn ngẫu nhiên một nhân viên của doanh nghiệp

a) Xác suất nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ là 0,061.

b) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nam là $\frac{55}{118}$.

c) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nữ là $\frac{63}{118}$

d) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Khi đó nhân viên đó là nam nhiều hơn là nữ.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Nhân viên được chọn là nữ” và B là biến cố “Nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ”.

Theo đề ta có $P(A) = 0,45$; $P(B|A) = 0,07$; $P(B|\bar{A}) = 0,05$. Suy ra $P(\bar{A}) = 0,55$

a) Sai.

Ta có $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,45.0,07 + 0,55.0,05 = 0,059$.

b) Đúng

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}{P(B)} = \frac{0,55.0,05}{0,059} = \frac{55}{118}.$$

c) Đúng

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,45.0,07}{0,059} = \frac{63}{118}.$$

d) Sai

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,45.0,07}{0,059} = \frac{63}{118}$$

Do $P(A|B) = \frac{63}{118} > \frac{55}{118} = P(\bar{A}|B)$ nên nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ là nữ sẽ nhiều hơn là nam.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Tại một địa phương có 500 người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có 40% và 55% bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Xét các biến cố:

A : "Chọn được người không bị bệnh tiểu đường";

B : "Chọn được người cao tuổi là nam";

$\bar{B}$: "Chọn được người cao tuổi là nữ".

Từ giả thiết, ta có: $P(B) = \frac{260}{500} = 0,52$; $P(A|B) = 1 - 0,4 = 0,6$;

$P(\bar{B}) = \frac{240}{500} = 0,48$; $P(A|\bar{B}) = 1 - 0,55 = 0,45$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = 0,52 \cdot 0,6 + 0,48 \cdot 0,45 = 0,528 \approx 0,53.$$

Vậy xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là 0,53.

Câu 2. Có hai hộp bóng bàn, các quả bóng bàn có kích thước và hình dạng như nhau. Hộp thứ nhất có 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng. Hộp thứ hai có 6 quả bóng bàn màu trắng và 4 quả bóng bàn màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng bàn ở hộp thứ hai ra. Tính xác suất để lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai.

Lời giải

Vì hộp thứ nhất có 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng nên khi lấy 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất thì có hai khả năng: khả năng thứ nhất là lấy được 3 quả bóng bàn màu trắng và 1 quả bóng bàn màu vàng; khả năng thứ hai là lấy được 2 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng.

Xét các biến cố:

A : "Lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai";

B : "Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất, trong đó có 1 quả bóng bàn màu vàng";

$\bar{B}$: "Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất, trong đó có 2 quả bóng bàn màu vàng".

Trường hợp 1: Số cách lấy 4 quả bóng bàn từ hộp thứ nhất là C_5^4 , có 1 cách lấy 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 cách lấy 1 quả bóng bàn màu vàng, suy ra $P(B) = \frac{1 \cdot 2}{C_5^4} = \frac{2}{5}$.

Vì khi đó hộp thứ hai có 9 quả bóng bàn màu trắng và 5 quả bóng bàn màu vàng nên $P(A|B) = \frac{5}{14}$.

Trường hợp 2: Số cách lấy 4 quả bóng bàn từ hộp thứ nhất là C_5^4 , có C_3^2 cách lấy 2 quả bóng bàn màu trắng và 1 cách lấy 2 quả bóng bàn màu vàng, suy ra $P(\bar{B}) = \frac{C_3^2 \cdot 1}{C_5^4} = \frac{3}{5}$.

Vì khi đó hộp thứ hai có 8 quả bóng bàn màu trắng và 6 quả bóng bàn màu vàng nên $P(A|\bar{B}) = \frac{6}{14}$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{14} + \frac{3}{5} \cdot \frac{6}{14} = 0,4.$$

Vậy xác suất để lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai là 0,4.

Câu 3. Trong một đợt nghiên cứu tỷ lệ ung thư do hút thuốc lá gây nên, người ta thấy rằng tại tỉnh Hà Nam tỉ lệ người dân của tỉnh nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh ung thư trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi gặp một người bị bệnh ung thư tại tỉnh này thì xác suất người đó nghiện thuốc lá là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Gọi A là biến cố “người nghiện thuốc lá”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “người không nghiện thuốc lá”

Gọi B là biến cố “người bị bệnh ung thư”

Theo giả thiết ta có:

$$P(A) = 0,2 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,8$$

$$P(B|A) = 0,7$$

$$P(B|\bar{A}) = 0,15$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,7 + 0,8.0,15 = 0,26$$

Xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh ung thư là $P(A|B)$

Theo công thức Bayes, ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2.0,7}{0,26} = \frac{7}{13} \approx 0,54.$$

Như vậy khi gặp một người bị bệnh ung thư tại tỉnh này thì xác suất (làm tròn đến hàng phần trăm) người đó nghiện thuốc lá là 0,54.

Câu 4. Một đội bắn súng gồm có 8 nam và 2 nữ. Xác suất bắn trúng của các xạ thủ nam là 0,8 còn của các xạ thủ nữ là 0,9. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn một viên đạn và xạ thủ đó đã bắn trúng. Tính xác suất (làm tròn đến hàng phần trăm) để xạ thủ đó là nữ?

Lời giải

Gọi A là biến cố “Xạ thủ được chọn là nữ”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “xạ thủ được chọn là nam”

Gọi B là biến cố “xạ thủ được chọn bắn trúng”

Theo giả thiết ta có:

$$P(A) = \frac{2}{2+8} = \frac{1}{5} \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{4}{5}$$

$$P(B|A) = 0,9$$

$$P(B|\bar{A}) = 0,8$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{1}{5}.0,9 + \frac{4}{5}.0,8 = 0,82$$

Xác suất để xạ thủ được chọn ra bắn trúng đó là nữ là $P(A|B)$

Theo công thức Bayes, ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{5}.0,9}{0,82} = \frac{9}{41} \approx 0,22.$$

Vậy xác suất để xạ thủ bắn trúng đó là nữ là 0,22.

Câu 5. Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn đều được kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo nên tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 và tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95. Hãy tính tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng.

Lời giải

Gọi A là biến cố “bóng đèn đạt chuẩn sau khi qua kiểm tra chất lượng”

B là biến cố “sản phẩm đạt tiêu chuẩn”.

Theo bài ra ta có: $P(B) = 0,8$; $P(\bar{B}) = 1 - 0,8 = 0,2$

Do tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 nên $P(A|B) = 0,9$.

Tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95 nên $P(A|\bar{B}) = 1 - 0,95 = 0,05$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,8.0,9 + 0,2.0,05 = 0,73.$$

Đáp số: 0,73.

Câu 6. Một lớp học có số học sinh nữ chiếm 45% tổng số học sinh cả lớp. Cuối năm tổng kết, lớp học đó có tỉ lệ học sinh giỏi là nữ là 30%, học sinh giỏi là nam chiếm 40%. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn 1 học sinh của lớp để đại diện cho lớp lên nhận thưởng.

a. Tính xác suất để học sinh được chọn là học sinh giỏi.

b. Biết rằng học sinh được chọn là học sinh giỏi. Tính xác suất để em đó là nữ.

Chú ý: Các kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Lời giải

a. Gọi A là biến cố “học sinh được chọn là học sinh giỏi”

và B là biến cố “học sinh được chọn là học sinh nữ”.

Theo bài ra ta có: $P(B) = 0,45$; $P(\bar{B}) = 1 - 0,45 = 0,55$.

Do lớp học đó có tỉ lệ học sinh giỏi là nữ là 30%, học sinh giỏi là nam chiếm 40% nên:

$P(A|B) = 0,3$ và $P(A|\bar{B}) = 0,4$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,45.0,3 + 0,55.0,4 = 0,36.$$

Đáp số: 0,36

b. Gọi C là biến cố “học sinh giỏi được chọn là học sinh nữ” thì $C = B|A$, nên, theo công

$$\text{thức Bayes ta có: } P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,45.0,3}{0,36} = 0,375.$$

Đáp số: 0,38.

♦ Đề 2:

 **Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1. Cho A, B là hai biến cố. Công thức xác suất toàn phần nào sau đây đúng?

A. $P(A) = P(A).P(A|B) + P(\bar{A}).P(A|\bar{B})$

B. $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$.

C. $P(A) = P(A).P(\bar{A}|B) + P(\bar{A}).P(A|\bar{B})$.

D. $P(B) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$.

Lời giải

Theo định lý về công thức xác suất toàn phần, ta có đáp án như trên.

Câu 2. Cho A, B là hai biến cố. Biết $P(B) = 0,2$. Nếu B không xảy ra thì tỉ lệ A xảy ra là 2%. Nếu B xảy ra thì tỉ lệ A xảy ra 4%. Xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

A. 0,018.

B. 0,036.

C. 0,028.

D. 0,024.

Lời giải

$$P(B) = 0,2 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,8.$$

Vì B xảy ra thì tỉ lệ A xảy ra 4% nên $P(A|B) = 0,04$.

Tương tự ta cũng có $P(A|\bar{B}) = 0,02$. Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,2.0,04 + 0,8.0,02 = 0,024.$$

- Câu 3.** Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(\bar{B}) = 0,2; P(A|B) = 0,5; P(A|\bar{B}) = 0,3$. Khi đó, $P(A)$ bằng
- A.** 0,46. **B.** 0,34. **C.** 0,15. **D.** 0,31.

Lời giải

Ta có: $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 0,8$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,8.0,5 + 0,2.0,3 = 0,46.$$

- Câu 4.** Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4; P(A|B) = 0,5; P(A|\bar{B}) = 0,1$. Khi đó, $P(B)$ bằng
- A.** 0,9. **B.** 0,25. **C.** 0,2. **D.** 0,75.

Lời giải

Đặt $P(B) = x$, suy ra $P(\bar{B}) = 1 - x$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$$

$$\Leftrightarrow 0,4 = 0,5x + 0,1(1 - x)$$

$$\Leftrightarrow 0,3 = 0,4x$$

$$\Leftrightarrow x = 0,75$$

Vậy $P(B) = 0,75$.

- Câu 5.** Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,6, P(A|B) = 0,7$ và $P(A|\bar{B}) = 0,4$. Khi đó, $P(A)$ bằng
- A.** 0,7. **B.** 0,4. **C.** 0,58. **D.** 0,52.

Lời giải

Ta có: $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,6 = 0,4$.

Theo công thức xác suất toàn phần:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,6.0,7 + 0,4.0,4 = 0,58.$$

- Câu 6.** Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4, P(B) = 0,3, P(A|B) = 0,25$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng
- A.** 0,1875. **B.** 0,48. **C.** 0,333. **D.** 0,95.

Lời giải

Theo công thức Bayes, ta có

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,3.0,25}{0,4} = 0,1875.$$

Câu 7. Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $P(B|A) = \frac{P(B) + P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}.$

B. $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) - P(\bar{B})P(A|\bar{B})}.$

C. $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|\bar{B}) + P(\bar{B})P(A|B)}.$

D. $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}.$

Lời giải

Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$, khi đó ta có

công thức Bayes $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$ hay $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$

.

Câu 8. Người ta điều tra thấy ở một địa phương nọ có 3% tài xế sử dụng điện thoại di động khi lái xe. Người ta nhận thấy khi tài xế lái xe gây ra tai nạn thì có 21% là do tài xế sử dụng điện thoại. Hỏi việc sử dụng điện thoại di động khi lái xe làm tăng xác suất gây tai nạn lên bao nhiêu lần?

A. 3.

B. 7.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Ta gọi A là biến cố “Tài xế sử dụng điện thoại di động khi lái xe”, B là biến cố “Tài xế lái xe gây tai nạn”.

Khi đó $P(A) = 3\% = 0,03$, $P(A|B) = 21\% = 0,21$.

Theo công thức Bayes: $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} \Rightarrow \frac{P(B|A)}{P(B)} = \frac{P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,21}{0,03} = 7.$

Vậy việc sử dụng điện thoại di động khi lái xe làm tăng xác suất gây tai nạn lên 7 lần.

Câu 9. Cho hai biến cố A và B sao cho $P(A) = 0,6$; $P(B) = 0,4$; $P(A|B) = 0,3$. Khi đó $P(B|A)$ bằng?

A. 0,2.

B. 0,3.

C. 0,4.

D. 0,6.

Lời giải

Áp dụng công thức Bayes, ta có: $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,4.0,3}{0,6} = 0,2$.

Câu 10. Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(A)P(B|A)}$.

B. $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$.

C. $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$.

D. $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$.

Lời giải

Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Khi đó, công thức Bayes:

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})} \quad \text{hay còn có thể viết dưới dạng:}$$

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}.$$

Câu 11. Một công ty may có hai chi nhánh cùng sản xuất một loại áo, trong đó có 56% áo ở chi nhánh I và 44% áo ở chi nhánh II. Tại chi nhánh I có 75% áo chất lượng cao và tại chi nhánh II có 68% áo chất lượng cao (kích thước và hình dáng bề ngoài của các áo là như nhau). Chọn ngẫu nhiên 1 áo . Xác suất chọn được áo chất lượng cao là (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

A. 0,72 .

B. 0,35.

C. 0,82.

D. 0,55.

Lời giải

Gọi A là biến cố áo được chọn là áo chất lượng cao. B là biến cố áo được chọn ở chi nhánh I và $\bar{B}$ là biến cố áo được chọn ở chi nhánh II .

Từ giả thiết ta có $P(B) = 0,56$, $P(A|B) = 0,75$, $P(\bar{B}) = 0,44$, $P(A|\bar{B}) = 0,68$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,56.0,75 + 0,44.0,68 = 0,7192 \approx 0,72.$$

Vậy xác suất chọn được áo chất lượng cao là 0,72 .

Câu 12. Được biết có 5% đàn ông bị mù màu, và 0,25% phụ nữ bị mù màu (Nguồn: F. M. Dekking et al., *A modern introduction to probability and statistics – Understanding why and how,*

Springer, 2005). Giả sử số đàn ông bằng số phụ nữ. Chọn một người bị mù màu. Xác suất để người đó là đàn ông là bao nhiêu?

A. $\frac{19}{21}$.

B. $\frac{20}{21}$.

C. $\frac{24}{25}$.

D. $\frac{18}{25}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố người được chọn là đàn ông, B là biến cố người được chọn mù màu.

Theo đề bài ra ta có $P(B|A) = 0,05$; $P(B|\bar{A}) = 0,0025$.

Vì số đàn ông bằng số phụ nữ nên ta có $P(A) = P(\bar{A}) = 0,5$.

Áp dụng công thức Bayes ta có xác suất để chọn được một người đàn ông mù màu là

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,5.0,05}{0,5.0,05 + 0,5.0,0025} = \frac{20}{21}.$$

 **Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho A và B là hai biến cố của cùng phép thử, biết rằng $P(B) = 0,3$, $P(A|B) = 0,01$ và $P(A|\bar{B}) = 0,02$.

a) $P(\bar{B}) = 0,07$.

b) Công thức xác suất đầy đủ là $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$.

c) Công thức xác suất đầy đủ là $P(A) = P(\bar{B})P(A|B) + P(B)P(A|\bar{B})$.

d) $P(A) = 0,017$.

Lời giải

a) Sai.

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,3 = 0,7.$$

b) Đúng.

Theo công thức được nêu trong sách giáo khoa.

c) Sai.

d) Đúng.

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$$

$$= 0,3 \cdot 0,01 + 0,7 \cdot 0,02 = 0,017.$$

Câu 2. Một cửa hàng chỉ bán hai loại điện thoại là Samsung và Iphone. Tỷ lệ khách hàng mua điện thoại Samsung là 75%. Trong số các khách hàng mua điện thoại Samsung thì có 60% mua

kèm ốp điện thoại. Tỷ lệ khách hàng mua điện thoại Iphone kèm ốp điện thoại trong số những khách hàng mua điện thoại Iphone là 30%.

- a) Xác suất một khách hàng mua điện thoại Samsung là 0,75.
- b) Xác suất để một khách hàng mua điện thoại Iphone là 0,15.
- c) Xác suất để một khách hàng mua ốp điện thoại biết rằng khách hàng đó đã mua điện thoại Samsung là 0,6, xác suất để một khách hàng mua ốp điện thoại biết rằng khách hàng đó đã mua Iphone là 0,3.
- d) Xác suất một khách hàng mua điện thoại kèm ốp là 0,525.

Lời giải

Gọi A là biến cố một khách hàng mua điện thoại kèm ốp, B là biến cố một khách hàng mua điện thoại Samsung

- a) Đúng.

$$P(B) = 75\% = 0.75.$$

- b) Sai.

Xác suất để một khách hàng mua điện thoại Iphone là $P(\bar{B}) = 1 - 0,75 = 0,25$.

- c) Đúng.

$$P(A|B) = 60\% = 0,6; P(A|\bar{B}) = 30\% = 0,3.$$

- d) Đúng.

$$\begin{aligned} P(A) &= P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) \\ &= 0,75 \cdot 0,6 + 0,25 \cdot 0,3 = 0,525. \end{aligned}$$

Câu 3. Một căn bệnh có 2% dân số mắc phải. Một phương pháp chẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chẩn đoán đúng 97%. Lấy một người đi kiểm tra.

- a) Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là 0,02.
- b) Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: 0,99.
- c) Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là: 0,01.
- d) Biết rằng đã có kết quả chẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là 0,25

Lời giải

- a) Đúng.

Gọi A là biến cố “người đó mắc bệnh”

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(A) = 2\% = 0,02$

b) Đúng

Gọi B là biến cố “kết quả kiểm tra người đó là dương tính”

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: $P(B|A) = 99\% = 0,99$

c) Sai

Xác suất kết quả âm tính nếu người đó không mắc bệnh là: $P(\bar{B}|\bar{A}) = 97\% = 0,97$.

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là:

$$P(B|\bar{A}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 0,97 = 0,03$$

d) Sai

Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(\bar{A}) = 1 - 0,02 = 0,98$

Xác suất để người đó thực sự bị bệnh là

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,02.0,99}{0,02.0,99 + 0,98.0,03} = \frac{33}{82} \approx 0,402.$$

Câu 4. Một chiếc hộp có 50 viên bi, trong đó có 30 viên bi màu đỏ và 20 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 80% số viên bi màu đỏ đánh số và 60% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp.

a) Xác suất để lấy được bi đánh số có màu vàng là 0,6.

b) Xác suất để lấy được bi không đánh số có màu đỏ là 0,8.

c) Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là 0,36.

d) Xác suất để lấy viên bi màu đỏ có đánh số là $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”

Gọi B là biến cố “viên bi được lấy ra có màu đỏ”, suy ra $\bar{B}$ là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”,

a) Đúng

$$P(A|\bar{B}) = 60\% = 0,6$$

b) Sai

$$P(A|B) = 80\% = 0,8, \text{ nên } P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - 0,8 = 0,2.$$

c) Sai

$$\text{Ta có: } P(B) = \frac{30}{50} = 0,6; \quad P(\bar{B}) = \frac{20}{50} = 0,4$$

$$\text{Vậy } P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,6.0,8 + 0,4.0,6 = 0,72$$

d) Đúng

$$\text{Ta có: } P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,6.0,8}{0,72} = \frac{2}{3}.$$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Một hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 90% số viên bi màu đỏ được đánh số và 50% số viên bi màu vàng được đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Tính xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 0,75.

Gọi A là biến cố: “Viên bi được lấy ra có đánh số”

Gọi B là biến cố: “Viên bi được lấy ra có màu đỏ”, suy ra $\bar{B}$ là biến cố: “Viên bi được lấy ra có màu vàng”.

Khi đó, ta có:

$$P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}; \quad P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8};$$

$$P(A|B) = 90\% = \frac{9}{10}; \quad P(A|\bar{B}) = 50\% = \frac{1}{2}.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{9}{10} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

Câu 2. Một lô linh kiện có chứa 40% linh kiện do nhà máy I sản xuất và 60% linh kiện do nhà máy II sản xuất. Biết tỉ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là 3%, 4%. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Tính xác suất để linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 0,96.

Gọi A là biến cố: “linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt”

Gọi B là biến cố: “linh kiện được lấy ra do nhà máy I sản xuất”, suy ra $\bar{B}$ là biến cố: “linh kiện được lấy ra do nhà máy II sản xuất”.

Khi đó, ta có:

$$P(B) = 40\% = \frac{2}{5}; P(\bar{B}) = 60\% = \frac{3}{5};$$

$$P(A|B) = 100\% - 3\% = 97\% = \frac{97}{100}; P(A|\bar{B}) = 100\% - 4\% = 96\% = \frac{96}{100} = \frac{24}{25}.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{97}{100} + \frac{3}{5} \cdot \frac{24}{25} = \frac{241}{250} \approx 0,96.$$

Câu 3. Một công ty du lịch bố trí chỗ nghỉ cho đoàn khách tại ba khách sạn A, B, C theo tỉ lệ 20%, 50%, 30%. Tỉ lệ hỏng điều hòa ở ba khách sạn lần lượt là 5%, 4%, 8%. Tính xác suất để:

a) Một khách ở khách sạn A , biết khách đó ở phòng điều hòa bị hỏng.

b) Một khách ở khách sạn C , biết khách đó ở phòng điều hòa không bị hỏng.

(kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp số: a) 0,19.

b) 0,29.

Gọi biến cố H : “Khách nghỉ ở phòng có điều hòa bị hỏng”

A : “Khách nghỉ tại khách sạn A ”

B : “Khách nghỉ tại khách sạn B ”

C : “Khách nghỉ tại khách sạn C ”

Theo bài ra ta có: $P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,5$; $P(C) = 0,3$.

$$P(H|A) = 0,05; P(H|B) = 0,04; P(H|C) = 0,08$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$\begin{aligned} P(H) &= P(A).P(H|A) + P(B).P(H|B) + P(C).P(H|C) \\ &= 0,2 \cdot 0,05 + 0,5 \cdot 0,04 + 0,3 \cdot 0,08 \\ &= 0,054. \end{aligned}$$

a) Áp dụng công thức Bayes, xác suất để một khách ở khách sạn A , biết khách đó ở phòng điều hòa bị hỏng là:

$$P(A|H) = \frac{P(A).P(H|A)}{P(H)} = \frac{0,2 \cdot 0,05}{0,054} = \frac{5}{27} \approx 0,19.$$

b) Áp dụng công thức Bayes, xác suất để một khách ở khách sạn C , biết khách đó ở phòng điều hòa không bị hỏng là:

$$P(C|\overline{H}) = \frac{P(C).P(\overline{H}|C)}{P(\overline{H})} = \frac{0,3.(1-0,08)}{1-0,054} = \frac{138}{473} \approx 0,29.$$

Câu 4. Cho hộp I gồm 5 bi trắng và 5 bi đỏ, hộp II gồm 6 bi trắng và 4 bi đỏ. Bỏ ngẫu nhiên hai bi từ hộp I sang hộp II . Sau đó lấy ngẫu nhiên từ hộp II một bi.

a) Tính xác suất để lấy được bi trắng.

b) Giả sử lấy được viên bi trắng. Tính xác suất để lấy được bi trắng từ hộp I .

(kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp số: a) 0,58.

b) 0,14.

Gọi K_1 : “Bi lấy ra từ hộp II là bi của hộp I ”

K_2 : “Bi lấy ra từ hộp II là bi của hộp II ”

A : “Lấy được bi trắng”

a) Ta có: $P(K_1) = \frac{C_2^1}{C_{12}^1} = \frac{1}{6}$; $P(K_2) = \frac{C_{10}^1}{C_{12}^1} = \frac{5}{6}$.

$$P(A|K_1) = \frac{C_5^1}{C_{10}^1} = \frac{1}{2}; \quad P(A|K_2) = \frac{C_6^1}{C_{10}^1} = \frac{3}{5}.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có xác suất để lấy được bi trắng là:

$$P(A) = P(K_1).P(A|K_1) + P(K_2).P(A|K_2) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} + \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{7}{12} \approx 0,58.$$

b) Áp dụng công thức Bayes, xác suất để lấy được bi trắng của hộp I là:

$$P(K_1|A) = \frac{P(K_1).P(A|K_1)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{7}{12}} = \frac{1}{7} \approx 0,14.$$

Câu 5. Một xét nghiệm Covid – 19 cho kết quả dương tính với 90% các trường hợp thực sự nhiễm virus và cho kết quả âm tính với 80% các trường hợp thực sự không nhiễm virus. Biết rằng tỉ lệ người nhiễm Covid – 19 trong một cộng đồng nào đó là 1%. Một người trong cộng đồng đó cho kết quả xét nghiệm dương tính. Xác suất để người đó thực sự bị nhiễm virus có dạng $\frac{a}{b}$ (Phân số tối giản). Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 24.

Gọi A là biến cố “Người đó bị nhiễm Virus”.

B là biến cố “Người đó cho kết quả dương tính”.

Xét nghiệm Covid – 19 cho kết quả dương tính với 90% các trường hợp thực sự nhiễm virus $P(B|A) = 0,9$.

Xét nghiệm Covid – 19 cho kết quả âm tính với 80% các trường hợp thực sự không nhiễm virus, nên cho kết quả dương tính với 20% các trường hợp không thực sự nhiễm virus $P(B|\bar{A}) = 0,2$

$$P(A) = 0,01 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,99$$

Do đó xác suất để người đó cho kết quả dương tính là:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,01.0,9 + 0,99.0,2 = 0,207$$

Xác suất để người nhiễm virus cho kết quả dương tính là:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,01.0,9}{0,207} = \frac{1}{23}$$

$$\text{Vậy } a = 1, b = 23 \Rightarrow a + b = 24.$$

Câu 6. Tỷ lệ người nghiện thuốc lá tại một vùng là 30%. Biết rằng tỷ lệ người bị viêm họng trong số những người nghiện thuốc là 60%, còn tỷ lệ người bị viêm họng trong số những người không nghiện là 40%. Lấy ngẫu nhiên một người thấy người ấy không bị viêm họng. Tính xác suất người đó nghiện thuốc lá. (Làm tròn kết quả tới hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp số: 0,22.

Gọi A là biến cố “Người này bị nghiện thuốc lá”

B là biến cố “Người này không bị viêm họng”

$$\text{Ta có } P(A) = 0,3 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,7.$$

$$\text{Tỷ lệ người bị viêm họng trong số người bị nghiện thuốc là } P(\bar{B}|A) = 0,6$$

$$\text{Tỷ lệ người bị viêm họng trong số người không bị nghiện thuốc là } P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,4$$

$$\text{Do đó } P(\bar{B}) = P(A).P(\bar{B}|A) + P(\bar{A}).P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,3.0,6 + 0,7.0,4 = 0,46.$$

$$\text{Suy ra } P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 0,54.$$

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,3.0,4}{0,54} = \frac{2}{9} \approx 0,22.$$

♦ **Đề 3:**

 **Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Có hai chiếc hộp đựng 30 chiếc bút chì có hình dáng, kích thước giống nhau. Sau khi thống kê nhận được bảng số liệu sau:

Hộp \ Màu	I	II
Xanh	15	5
Vàng	5	5

Lấy ngẫu nhiên một chiếc bút từ hộp I bỏ sang hộp II. Sau đó, lấy ngẫu nhiên một chiếc bút từ hộp II. Xác suất để chiếc bút lấy ra từ hộp II có màu xanh là

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{6}{11}$. D. $\frac{23}{44}$.

Lời giải

Gọi hai biến cố:

A : “Lấy được bút xanh từ hộp I”;

B : “Lấy được bút xanh từ hộp II”.

Theo bài ra, ta có

$$P(A) = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} ; P(\bar{A}) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} ; P(B|A) = \frac{6}{11} ; P(B|\bar{A}) = \frac{5}{11}.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{11} + \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{11} = \frac{23}{44}.$$

Câu 2: Có hai chiếc hộp đựng 50 viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê nhận được bảng số liệu sau:

Hộp \ Màu	I	II
Xanh	15	10
Đỏ	20	5

Chọn ngẫu nhiên một hộp, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp được chọn. Xác suất để chọn được viên bi màu đỏ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{19}{42}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{4}{7}$.

Lời giải

Xét hai biến cố

A : “Chọn được hộp I”;

B : “Chọn được viên bi màu đỏ”

$$P(A) = \frac{1}{2} ; P(\bar{A}) = \frac{1}{2} ; P(B|A) = \frac{20}{35} = \frac{4}{7} ; P(B|\bar{A}) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

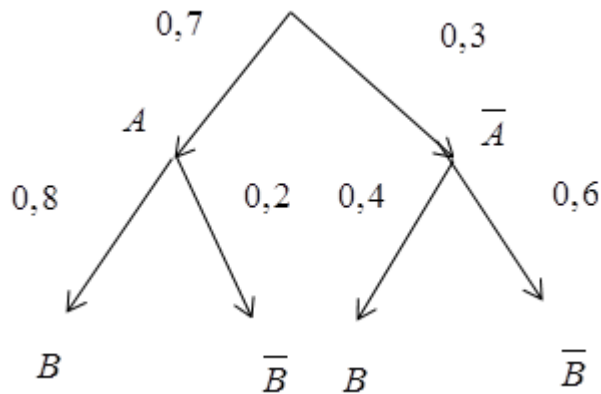
$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{19}{42}.$$

Câu 3: Trong lễ khai giảng năm học mới, bạn An tham gia trò chơi gồm hai vòng. Xác suất thắng ở vòng chơi đầu tiên là 0,7. Nếu An thắng ở vòng thứ nhất thì xác suất thắng ở vòng hai là 0,8. Ngược lại, nếu An thua ở vòng thứ nhất thì xác suất thắng ở vòng hai là 0,4. Gọi:

Biến cố A : “Bạn An thắng ở vòng thứ nhất”;

Biến cố B : “Bạn An thắng ở vòng thứ hai”

Ta có sơ đồ hình cây biểu thị tình huống trên như sau:



Xác suất để An thắng ở vòng chơi thứ hai là

A. 0,56.

B. 0,12.

C. 0,68.

D. 0,32.

Lời giải

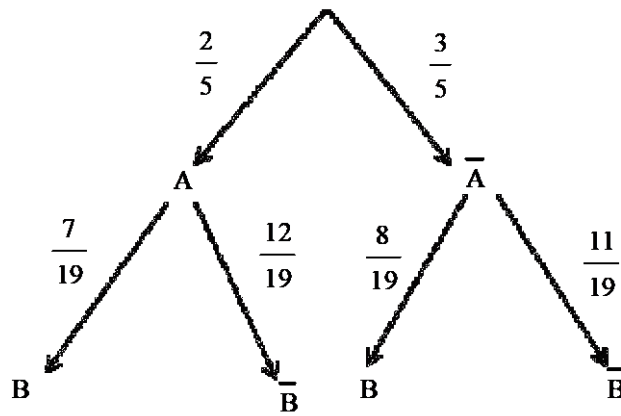
$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0,7 \cdot 0,8 + 0,3 \cdot 0,4 = 0,68.$$

Câu 4: Trong trò chơi bốc thăm trúng thưởng, có 20 phiếu bốc thăm trong đó có 8 phiếu trúng thưởng. Bạn Anh bốc thăm phiếu thứ nhất, sau đó bạn Bảo bốc thăm phiếu thứ hai. Gọi

Biến cố A : “Bạn Anh bốc được phiếu trúng thưởng”;

Biến cố B : “Bạn Bảo bốc được phiếu trúng thưởng”

Ta có sơ đồ hình cây biểu thị tình huống trên như sau:



Xác suất bạn Bảo bốc được phiếu trúng thưởng là

A. $\frac{14}{95}$.

B. $\frac{24}{95}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Dựa theo sơ đồ hình cây, ta có

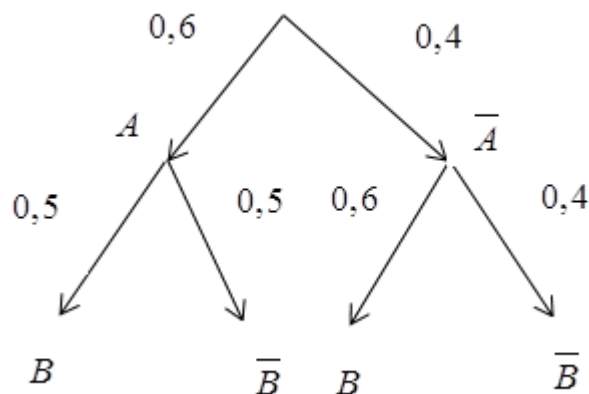
$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{7}{19} \cdot \frac{2}{5} + \frac{8}{19} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{5}.$$

Câu 5: Hàng ngày, Hùng luyện tập hai môn thể thao là bóng chuyền hoặc cầu lông. Nếu hôm nay Hùng chơi bóng chuyền thì xác suất để hôm sau Hùng chơi cầu lông là 0,6. Nếu hôm nay Hùng chơi cầu lông thì xác suất để hôm sau Hùng chơi bóng chuyền là 0,5. Xét một tuần mà thứ hai Hùng chơi bóng chuyền. Gọi hai biến cố:

A : “Thứ ba Hùng chơi cầu lông”;

B : “Thứ ba Hùng chơi cầu lông”

Ta có sơ đồ hình cây biểu thị tình huống trên trong hai ngày thứ ba, thứ tư như sau:



Xác suất bạn Hùng chơi cầu lông vào thứ tư là

A. 0,54.

B. 0,3.

C. 0,24.

D. 0,16.

Lời giải

Dựa theo sơ đồ hình cây, ta có

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,6.0,5 + 0,4.0,6 = 0,54.$$

Câu 6: Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(B|A)$.

- A. 0,25. B. $\frac{56}{65}$. C. 0,65. D. 0,5.

Lời giải

+ Ta có: $P(\bar{B}) = 1 - 0,8 = 0,2$.

+ Công thức Bayes: $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$

$$\Rightarrow P(B|A) = \frac{0,8.0,7}{0,8.0,7 + 0,2.0,45} = \frac{56}{65}.$$

Câu 7: Một hộp chứa bóng xanh và bóng đỏ. Biết rằng xác suất của việc chọn được một quả bóng xanh là 0.6. Xác suất chọn được một quả bóng xanh biết rằng quả bóng đó là bị lỗi là 0.7. Xác suất chọn được một quả bóng bị lỗi là 0.2. Xác suất chọn bóng bị lỗi biết bóng đã chọn màu xanh là bao nhiêu?

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{7}{30}$. D. $\frac{7}{10}$.

Lời giải

Gọi biến cố X : "Chọn được quả bóng xanh", biến cố L : "chọn được quả bóng lỗi".

Ta có:

$P(X) = 0.6$: xác suất chọn được bóng xanh.

$P(X|L) = 0.7$: xác suất chọn được bóng xanh biết bóng bị lỗi.

$P(L) = 0.2$: xác suất chọn được bóng bị lỗi.

Xác suất chọn bóng bị lỗi biết bóng đã chọn màu xanh là:

$$P(L|X) = P(X|L) \cdot \frac{P(L)}{P(X)} = 0.7 \cdot \frac{0.2}{0.6} = \frac{7}{30}$$

Câu 8: Cho bảng dữ liệu sau về kết quả xét nghiệm một loại bệnh:

	Dương tính	Âm tính
Bệnh	100	20
Không bệnh	30	850

Nếu một người có kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất người đó thực sự mắc bệnh là bao nhiêu?

- A. 10%. B. 77%. C. 90%. D. 50%.

Lời giải

Gọi biến cố A : "Người đó mắc bệnh"

Biến cố B : "Người đó có kết quả xét nghiệm dương tính".

Với $P(B|A)$: xác suất kết quả dương tính khi người đó mắc bệnh,

$$P(B|A) = \frac{100}{100+20} = \frac{5}{6}.$$

$$P(A) = \frac{100+20}{1000} = \frac{120}{1000} = 0.12.$$

$$P(B) = \frac{100+30}{1000} = 0.13.$$

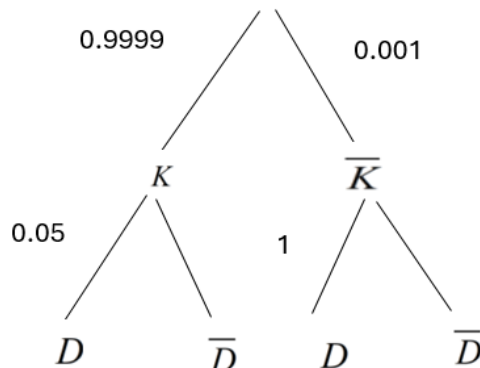
$$\text{Từ đó suy ra: } P(A|B) = \frac{P(B|A).P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{6} \cdot 0.12}{0.13} = 0.7692 \approx 77\%.$$

Câu 9: Giả sử có một loại bệnh mà tỉ lệ mắc bệnh là 0,1% , ai mắc bệnh khi xét nghiệm cũng có phản ứng dương tính, nhưng tỉ lệ phản ứng dương tính giả là 5% (tức là trong số những người không bị bệnh có 5% số người xét nghiệm lại có phản ứng dương tính).

Gọi biến cố K : "Người được chọn ra không mắc bệnh "

Biến cố D : "Người được chọn ra có phản ứng dương tính "

Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên như sau:



Xác suất để một người xét nghiệm có phản ứng dương tính và thực sự mắc bệnh (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

A. 1.96% .

B. 1.91% .

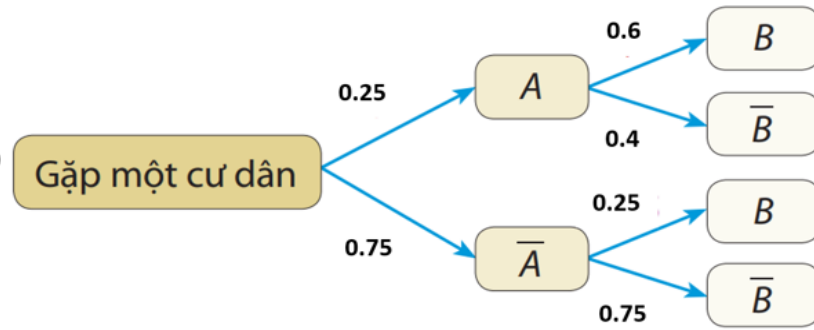
C. 0.18% .

D. 1.54% .

Lời giải

$$P(\bar{K}|D) = \frac{P(\bar{K}).P(D|\bar{K})}{P(\bar{K}).P(D|\bar{K}) + P(K).P(D|K)} = \frac{0.001}{0.001 + 0.999 \cdot 0.05} \approx 1.96\%.$$

Câu 10: Kết quả khảo sát tại một xã cho thấy có 25% cư dân hút thuốc lá. Tỉ lệ cư dân thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp trong số những người hút thuốc lá và không hút thuốc lá lần lượt là 60% và 25% , được biểu diễn ở sơ đồ hình cây sau:



Nếu ta gặp một cư dân của xã thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp thì xác suất người đó có hút thuốc lá là bao nhiêu?

A. $\frac{4}{9}$.

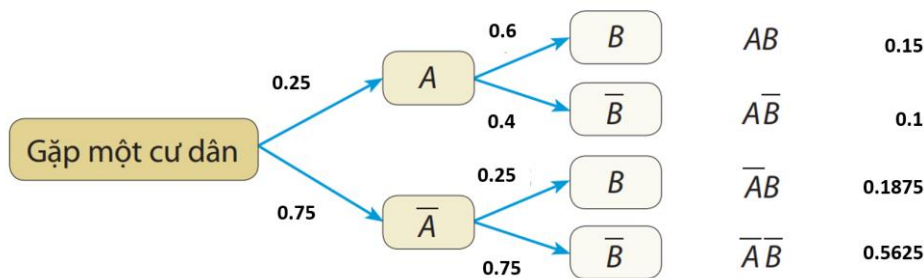
B. $\frac{5}{9}$.

C. $\frac{7}{9}$.

D. $\frac{8}{9}$.

Lời giải

Giả sử ta gặp một cư dân của xã, gọi A là biến cố "Người đó có hút thuốc lá" và B là biến cố "Người đó thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp". Ta có sơ đồ hình cây sau:



Ta có $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,15 + 0,1875 = 0,3375$.

Theo công thức Bayes, ta có $P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,15}{0,3375} = \frac{4}{9}$.

Câu 11: Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%. Tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, còn tỉ lệ này đối với người không nghiện thuốc lá là 15%. Gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X, biết rằng người này bị bệnh phổi, tính xác suất mà người này nghiện thuốc lá?

A. $\frac{7}{13}$.

B. $\frac{6}{13}$.

C. $\frac{4}{13}$.

D. $\frac{9}{13}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “người nghiện thuốc lá”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “người không nghiện thuốc lá”.

Gọi B là biến cố “người bị bệnh phổi”.

Ta có: $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$.

Theo bài ra có $P(A) = 0,2; P(B|A) = 0,7; P(\bar{A}) = 0,8; P(B|\bar{A}) = 0,15$.

Vậy $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,7 + 0,8.0,15 = 0,26$.

Theo công thức Bayes, ta có: $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2.0,7}{0,26} = \frac{7}{13}$

Như vậy trong số người bị bệnh phổi của tỉnh X, có khoảng $\frac{7}{13}$ số người nghiện thuốc lá.

Câu 12: Một hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số bằng

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{4}{13}$.

D. $\frac{9}{16}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”.

Gọi B là biến cố “viên bi được lấy ra có màu đỏ”, suy ra $\bar{B}$ là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”.

Lúc này ta đi tính $P(A)$ theo công thức: $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$.

Ta có: $P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}$.

$$P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}.$$

$$P(A|B) = 60\% = \frac{3}{5}.$$

$$P(A|\bar{B}) = 100\% - 50\% = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{16}.$$

 **Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Bạn Ngọc phải thực hiện hai thí nghiệm liên tiếp. Thí nghiệm thứ nhất có xác suất thành công là 0,8. Nếu thí nghiệm thứ nhất thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai là 0,9. Nếu thí nghiệm thứ nhất không thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai chỉ là 0,5. Xét các biến cố sau:

Gọi A là biến cố “Thí nghiệm thứ nhất thành công”.

Gọi B là biến cố “Thí nghiệm thứ hai thành công”.

a) $P(B|A) = 0,9$.

b) $P(\bar{B}|A) = 0,5$.

c) $P(AB) = 0,72$.

d) $P(\overline{AB}) = 0,1$.

Lời giải

a) Đúng. $P(B|A)$ là xác suất thí nghiệm thứ 2 thành công nếu thí nghiệm thứ nhất thành công do đó $P(B|A) = 0,9$.

b) Sai. $P(\overline{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - 0,9 = 0,1$.

c) Đúng. $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = 0,8 \cdot 0,9 = 0,72$.

d) Đúng. $\overline{AB}$ là biến cố “Cả hai thí nghiệm đều không thành công”.

Theo giả thiết, $P(\overline{A}) = 1 - 0,8 = 0,2$ và $P(\overline{B}|\overline{A}) = 1 - P(B|\overline{A}) = 1 - 0,5 = 0,5$.

Vậy xác suất để cả hai thí nghiệm không thành công là

$$P(\overline{AB}) = P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}|\overline{A}) = 0,2 \cdot 0,5 = 0,1.$$

Câu 2: Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 8 vận động viên, đội II có 10 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,6 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.

a) Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\frac{5}{9}$

b) Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là 0,45

c) Xác suất để vận động viên này đạt huy chương vàng là $\frac{103}{180}$

d) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $\frac{48}{103}$.

Lời giải

Câu	Đáp án
a)	S
b)	Đ
c)	Đ
d)	Đ

a) Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\frac{8}{18} = \frac{4}{9}$.

b) Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là $1 - 0,55 = 0,45$

c) Gọi A là biến cố: “Vận động viên đạt huy chương vàng”, B là biến cố: “Thành viên đội I” thì biến cố đối của B là $\overline{B}$: “Thành viên đội II đạt huy chương vàng”.

Do đó, $P(B) = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$; $P(\bar{B}) = \frac{5}{9}$; $P(A|B) = 0,6$; $P(A|\bar{B}) = 0,55$

Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{4}{9}.0,6 + \frac{5}{9}.0,55 = \frac{103}{180}$$

$$\text{d) Ta có } P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{\frac{4}{9}.0,6}{\frac{103}{180}} = \frac{48}{103}$$

Câu 3: Một kho hàng có 1000 thùng hàng với bề ngoài giống hệt nhau, trong đó có 480 thùng hàng loại I và 520 thùng hàng loại II. Trong số các thùng hàng đó, có 80% thùng hàng loại I và 85% thùng hàng loại II đã được kiểm định. Chọn ngẫu nhiên một thùng hàng trong kho.

- a) Xác suất chọn được thùng hàng loại I bằng 48% .
- b) Xác suất chọn được thùng hàng loại II đã được kiểm định bằng 38,4%.
- c) Xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định bằng 17,4%.
- d) Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định, xác suất thùng hàng đó là thùng loại I thấp hơn xác suất thùng hàng đó là thùng loại II.

Lời giải

Xét phép thử chọn ngẫu nhiên một thùng hàng trong kho.

Gọi A là biến cố: “Chọn được thùng hàng loại I”.

B là biến cố: “Chọn được thùng hàng đã được kiểm định”.

Theo bài ra ta có $P(B|A) = 80\%$, $P(B|\bar{A}) = 85\%$

a) **Đúng**

Xác suất chọn được thùng hàng loại I là $P(A) = \frac{480}{1000} = 48\%$.

b) **Sai**

Ta có $P(\bar{A}) = \frac{520}{1000} = 52\%$, $P(B|\bar{A}) = 85\%$.

Xác suất chọn được thùng hàng loại II đã được kiểm định là

$$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 52\%.85\% = 44,2\%.$$

c) **Đúng**

Xác suất chọn được thùng hàng đã được kiểm định là

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 48\%.80\% + 52\%.85\% = 82,6\%$$

Suy ra xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định là $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 17,4\%$

d) Sai

Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định. Khi đó:

$$\text{Xác suất thùng hàng đó là thùng loại I là } P(A|\bar{B}) = \frac{P(A).P(\bar{B}|A)}{P(\bar{B})} = \frac{48\%.(1-80\%)}{17,4\%} = \frac{16}{29}.$$

$$\text{Xác suất thùng hàng đó là thùng loại II là } P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}).P(\bar{B}|\bar{A})}{P(\bar{B})} = \frac{52\%.(1-85\%)}{17,4\%} = \frac{13}{29}.$$

Vậy xác suất thùng hàng đó là thùng loại I **cao hơn** xác suất thùng hàng đó là thùng loại II.

Câu 4: Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I là 0,9 và loại II là 0,7. Các câu sau là đúng hay sai?

a) Chọn ngẫu nhiên 1 xạ thủ bắn và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Gọi A là biến cố “Viên đạn trúng đích”. B là biến cố “Xạ thủ loại I bắn”. C là biến cố “Xạ thủ loại II bắn”. Khi đó ta có xác suất để viên đạn trúng đích được tính theo công thức công thức:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(C).P(A|\bar{C})$$

b) Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Xác suất để viên đạn đó trúng đích là 0.74.

c) Chọn ngẫu nhiên ra hai xạ thủ và cả hai xạ thủ đều bắn một viên đạn. Gọi E là biến cố “Cả hai viên đạn đều bắn trúng đích” E_i là biến cố chọn được i xạ thủ loại I. Khi đó ta có công thức tính xác suất để cả hai xạ thủ đều bắn trúng là

$$P(E) = P(E_o).P(E|E_o) + P(E_1).P(E|\bar{E}_1) + P(E_2).P(E|\bar{E}_2).$$

d) Chọn ngẫu nhiên hai xạ thủ, mỗi người bắn một viên đạn. Xác suất để cả hai viên đạn đó trúng đích là 0.596

Lời giải

a) Sai

vì B và C tạo thành họ đầy đủ các biến cố nên $P(A) = P(B)P(A|B) + P(C).P(A|C)$

b) Đúng

Gọi A là biến cố “Viên đạn trúng đích”.

B là biến cố “Xạ thủ loại I bắn”.

C là biến cố “Xạ thủ loại II bắn”.

$$\text{Ta có: } P(B) = \frac{2}{10} = 0,2; \quad P(A|B) = 0,9; \quad P(C) = \frac{8}{10} = 0,8; \quad P(A|C) = 0,7$$

B và C tạo thành họ đầy đủ các biến cố nên $P(A) = P(B)P(A|B) + P(C).P(A|C)$

$$= 0.2.0.9 + 0.8.0.7 = 0.74$$

c) Sai

vì E_i tạo thành họ đầy đủ các biến cố nên

$$P(E) = P(E_o).P(E|E_o) + P(E_1).P(E|E_1) + P(E_2).P(E|E_2)$$

d) Sai

Gọi E là biến cố “Cả hai viên đạn đều bắn trúng đích” E_i là biến cố “chọn được i xạ thủ loại I”

$$\text{Ta có: } P(E_0) = \frac{C_8^2}{C_{10}^2} = \frac{28}{45}; P(E | E_0) = 0,7.0,7 = 0,49$$

$$P(E_1) = \frac{C_2^1 C_8^1}{C_{10}^2} = \frac{16}{45}; P(E | E_1) = 0,9.0,7 = 0,63$$

$$P(E_2) = \frac{C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{45}; P(E | E_2) = 0,9.0,9 = 0,81$$

Vì E_0, E_1, E_2 tạo thành họ đầy đủ các biến cố nên ta có Xác suất để cả hai viên đạn đó trúng đích là:

$$\begin{aligned} P(E) &= P(E_0).P(E | E_0) + P(E_1).P(E | E_1) + P(E_2).P(E | E_2) \\ &= \frac{28}{45}.0,49 + \frac{16}{45}.0,63 + \frac{1}{45}.0,81 = 0,5469. \end{aligned}$$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Trong hội thảo, xác suất chọn được một người trình bày báo cáo bằng tiếng anh là 0,6. Xác suất để chọn một người trình bày là nữ là 0,4. Xác suất để chọn được một người trình bày báo cáo bằng tiếng anh biết người đó là nữ là 0,3. Tính xác suất để chọn được một người là nữ sao cho người đó có thể trình bày báo cáo bằng tiếng anh.

Lời giải

Trả lời: 0,2

Gọi A là biến cố “Chọn được người trình bày báo cáo bằng tiếng anh”, $\Rightarrow P(A) = 0,6$

Gọi B là biến cố “Chọn được người trình bày nữ” $\Rightarrow P(B) = 0,4$.

Theo đề bài ta có $P(A|B) = 0,3$. Áp dụng công thức Bayes ta có:

$$\text{Do đó: } P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,4.0,3}{0,6} = 0,2$$

Câu 2: Thống kê hồ sơ 250 học sinh khối 10 trong đó có 150 học sinh nữ và 100 học sinh nam. Sau khi thống kê, kết quả có 60% học sinh nữ là đoàn viên, 50% học sinh nam là đoàn viên; những học sinh còn lại không là đoàn viên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong 250 học sinh khối 10. Tính xác suất để học sinh được chọn là đoàn viên.

Lời giải

Trả lời: 0,56

Số học sinh nữ là đoàn viên là $60\%.150 = 90$ (học sinh).

Số học sinh nam là đoàn viên là $50\%.100 = 50$ (học sinh).

Xét biến cố:

A là biến cố “Chọn được học sinh là đoàn viên”.

B là biến cố “Chọn được học sinh nam”. Khi đó:

$$P(B) = \frac{100}{250} = \frac{2}{5}; P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}.$$

$$P(A|B) = \frac{50}{100} = 0,5; P(A|\bar{B}) = \frac{90}{150} = 0,6.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B)$$

$$\text{Với } P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{2}{5}.0,5 + \frac{3}{5}.0,6 = 0,56.$$

Câu 3: Có 1 kho bia kém chất lượng chứa các thùng giống nhau (24 lon/thùng) gồm 3 loại: loại I để lần mỗi thùng 3 lon quá hạn sử dụng, loại II để lần mỗi thùng 2 lon quá hạn và loại III để lần mỗi thùng có 4 lon quá hạn. Biết số lượng thùng loại I gấp 2 lần số lượng thùng loại II và số thùng loại II gấp 3 lần thùng loại III. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng từ trong kho, từ đó chọn ngẫu nhiên 10 lon. Tính xác suất để lấy được 2 lon quá hạn sử dụng (làm tròn đến kết quả phân chục).

Lời giải

Gọi A_i là biến cố chọn được thùng loại i . ($i = I, II, III$)

B là biến cố chọn được 10 sản phẩm trong đó có 2 lon quá hạn từ thùng được chọn ra.

Gọi số thùng loại III là x thùng ($x > 0$).

Do đó số thùng loại I và loại II lần lượt là $6x$; $3x$.

$$\text{Từ đó, ta có } P(A_1) = \frac{6}{10}; P(A_2) = \frac{3}{10}; P(A_3) = \frac{1}{10}$$

Xác suất để chọn được 2 lon quá hạn là:

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1).P(B|A_1) + P(A_2).P(B|A_2) + P(A_3).P(B|A_3) \\ &= \frac{6}{10} \times \frac{C_3^2 C_{21}^8}{C_{24}^{10}} + \frac{3}{10} \times \frac{C_4^2 C_{20}^8}{C_{24}^{10}} + \frac{1}{10} \times \frac{C_2^2 C_{22}^8}{C_{24}^{10}} \approx 0,3 \end{aligned}$$

Câu 4: Trước khi đưa sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó và thấy có 50 người trả lời “sẽ mua”, 90 người trả lời “có thể sẽ mua” và 60 người trả lời “không mua”. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời trên tương ứng là 60%, 40% và 1%. Trong số khách hàng thực sự mua sản phẩm thì xác suất khách hàng trả lời “sẽ mua” là $\frac{a}{b}$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = \frac{1}{2}a + b.$$

Lời giải

Gọi biến cố A : “Người được phỏng vấn sẽ mua sản phẩm”.

Câu 6: Có hai đồng xu có hình thức giống nhau, trong có có một đồng xu cân đối đồng chất và một đồng xu không cân đối có xác suất khi tung đồng xu xuất

hiện mặt ngửa là $\frac{2}{3}$. Một người lấy ngẫu nhiên một đồng xu trong hai đồng xu đã cho, tung đồng xu đó 3 lần thì đều thấy xuất hiện mặt ngửa, xác suất người đó lấy được đồng xu cân đối là bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần mười.)

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Lấy được đồng xu cân đối đồng chất” và B là biến cố: “Tung đồng xu ba lần đều xuất hiện mặt ngửa”. Khi đó ta cần tính $P(A|B)$.

Ta có $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(\bar{A}) = \frac{1}{2}$ và $P(B|A) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$, $P(B|\bar{A}) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$.

Theo công thức Bayes và công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{27}} \approx 0.3.$$

Đáp số: 0.3.